Rammentiamo ancora che l'equazione (3), nel caso delle rette normali ad una superficie, da

i = Cosi. — 9 (ti, v) ,

dove *i* è la lunghezza che si deve portare su ciascuna retta, partendo dalla superficie iniziale, per ottenere il punto d'intersezione con una delle superficie ortogonali. Questa lunghezza non dipende che dalla funzione <p, la quale è data dall'equazione

yiz. cos a *d u* -f- t/G. cos *$d v* = *d* <p ,

e che riinane quindi inalterata, per le ipotesi fatte, in ogni flessione della superficie iniziale. Dunque: *comunque si trasformi questa superficie* (supposta flessibile ed inestendibile), *il luogo geometrico degli estremi delle lunghezze t, ritenuto che le rette restino sempre connesse alla superficie, non cessa mai d'essere una superficie ortogonale alle rette stesse.*

Queste proprietà, combinate con altre che esporremo in seguito, ci serviranno a mettere in piena luce i bei risultati ottenuti recentemente dal sig. WEINGARTEN *), rispetto a certe classi di superficie applicabili le une sulle altre.

VII.

Fra le varie ipotesi che si possono istituire sulla disposizione delle rette rispetto alla superficie iniziale, merita speciale attenzione quella in cui tutte le rette che incontrano una delle linee <p = cost. fanno un angolo costante colla superficie, per modo che si abbia

sen6 =/(<p).

In questo caso, supponendo che tutte le rette del sistema sieno normali ad una medesima superficie, si ha

epperò, in virtù di quel che abbiamo dimostrato neU'art. IV, le trajettorie ortogonali delle linee <p = cost. sono linee geodetiche della superficie iniziale, ossia le linee <p = cost. sono parallele, nel senso che si è dichiarato precedentemente. Reciprocamente se, essendo costante l'angolo 6 lungo ciascuna delle curve ortogonali <I> = cost., queste curve sono parallele, le rette del sistema sono tutte normali ad una medesima superficie. In-

*) Journal fùr die reine und angewandte Mathematik, Bd. LIX (1861), pag. 382.